SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI



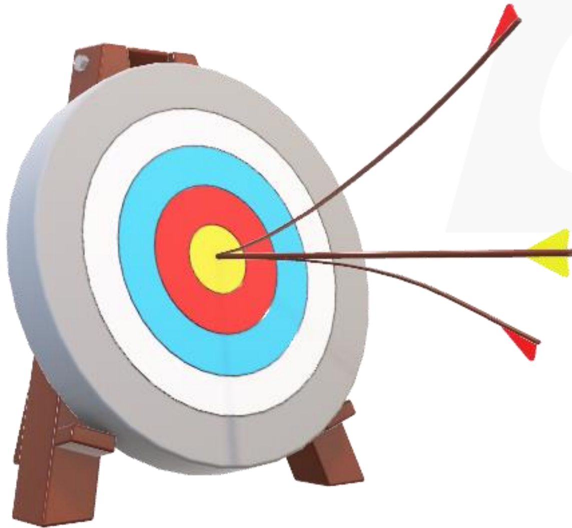


ARITMÉTICA

Tema: Razones y proporciones

Docente: Ramiro Díaz Vásquez

OBJETIVOS



1. Estudiar las clases de razones y proporciones
2. Conocer los tipos de Proporciones
3. Conocer la Igualdad de Razones Geométricas Equivalentes.

INTRODUCCIÓN

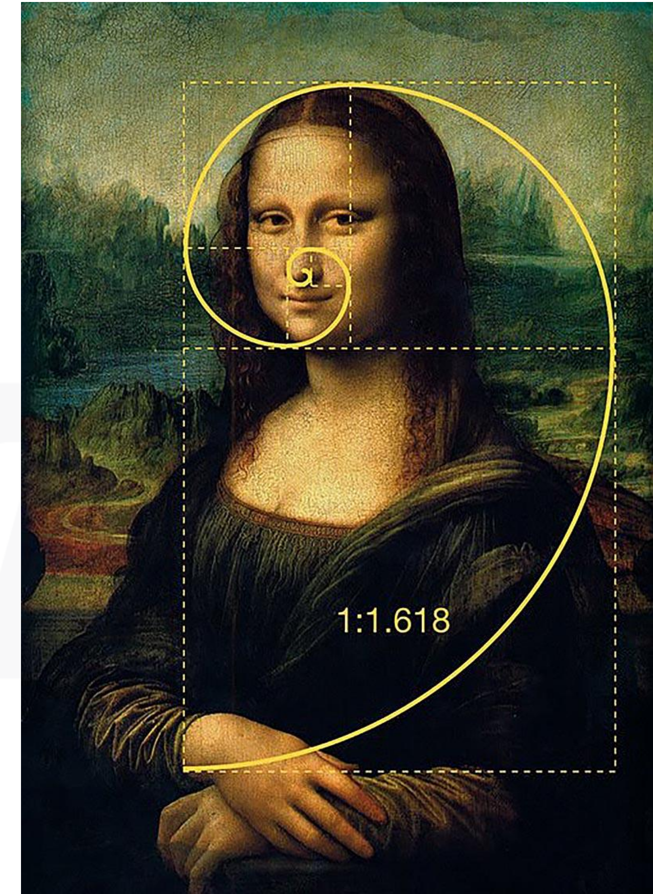
LA PROPORCIÓN AUREA O PROPORCIÓN DIVINA:

Es considerada como la proporción más bella o armoniosa, se utilizó mucho en el arte, en la arquitectura y en el diseño.

No obstante, pese a que su origen se establece en pleno siglo XVI, existen evidencias de la aplicación del número áureo desde tiempos más remotos.

Parece que los primeros en teorizar y estudiar el número áureo fueron los griegos. Euclides y Platón, dedicaron tiempo a estudiar esta teoría.

Se sabe que los griegos aplicaron la proporción áurea al arte y a la arquitectura. Podemos ver el número áureo aplicado al Partenón y en algunos de los diseños de sus columnas.



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Razón: Comparación de dos cantidades.

Razón Aritmética	Razón Geométrica	Razón Armónica
$a-b=r$	$\frac{a}{b}=k$	$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=h$

Donde:
$a: Antecedente$
$b: Consecuente$
$r: Valor\ de\ la\ razón\ aritmética$
$k: Valor\ de\ la\ razón\ geométrica$
$h: Valor\ de\ la\ razón\ armónica$

OBSERVACIONES:

- Si en un enunciado, sólo hacen referencia a ***RAZÓN***, se debe considerar que se trata de la ***RAZÓN GEOMÉTRICA***.
- Se debe considerar que los términos de una razón son valores enteros positivos ($\mathbb{Z}^+$)

- Se debe tener en cuenta que para las razones geométricas se cumple:

Si: $\frac{A}{B}=\frac{7}{5}$ → $A=7k$, $B=5k$

- La homogenización consiste en:

Si: $\frac{A}{B}=\frac{9\times 3k}{8\times 3k}$ → $\frac{B}{C}=\frac{6\times 4k}{5\times 4k}$

Valores iguales

Entonces: $A=27k$ $B=24k$ $C=20k$

- Las ***razones geométricas*** se aplican en una mayor cantidad de situaciones debido a que las cantidades a comparar no necesitan estar expresadas en las mismas unidades.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Ejercicio 1:

La razón de 2 números es 3/5, además la razón armónica de los mismos es 1/30. Calcule la razón aritmética de los números.

Resolución:

Piden: La razón aritmética de los números.

Sean los números: A y B

Por dato: $\frac{A}{B} = \frac{3}{5}$ ➡ $A = 3k$, $B = 5k$

Además: $\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{1}{30}$ ➡ $\frac{1}{3k} - \frac{1}{5k} = \frac{1}{30}$

$\frac{2k}{15k^2} = \frac{2}{15k} = \frac{1}{30}$ ➡ $k = 4$

Finalmente: $B - A = 5k - 3k$

$= 2k$

$= 8$

Respuesta: 8

APLICACIONES DE LAS RAZONES GEOMÉTRICAS

1. En problemas de edades:

Se debe tener en consideración que la diferencia entre 2 edades es siempre la misma.

Ejercicio 2:

Las edades de José y Katty están en relación de 5 a 3 y dentro de 10 años sus edades estarán en relación de 10 a 7. ¿Cuál es la edad de José?

Resolución:

Piden: La edad de José

$5k = 10$ ⟶ $k = 2$

	Presente	En 10 años
José	$5 \times 3k = 30$	$10 \times 2k$
Katty	$3 \times 3k$	$7 \times 2k$
Diferencia	$2 \times 3k$	$3 \times 2k$

Respuesta: 30 años

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2. En problemas de mezclas:

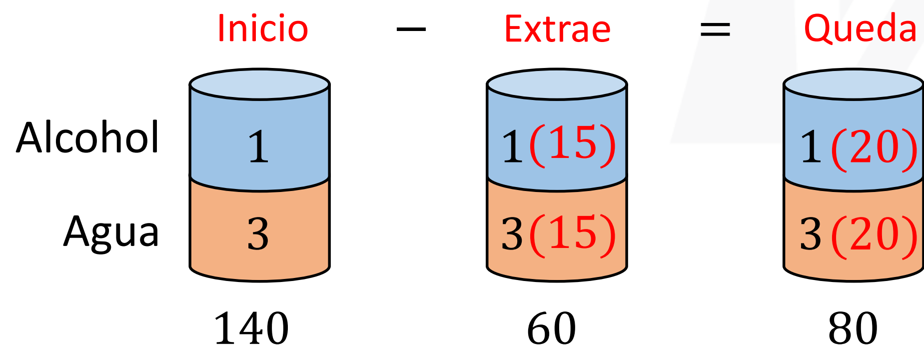
Se debe tener en consideración que la relación entre las cantidades de los componentes de la mezcla es la misma al inicio, en lo extraído y en lo que queda.

Ejercicio 3:

Se mezclan agua y alcohol en relación de 1 a 3. Al extraer 60 litros de la mezcla, el volumen de agua que aún queda es 60 litros. Calcule el volumen inicial.

Resolución:

Piden: Volumen total al inicio.



Respuesta: 140 litros

3. En problemas de reuniones:

Se cumple que la cantidad de varones que bailan y mujeres que bailan son iguales.

Ejercicio 4:

En una reunión, el número de varones que bailan es al número de mujeres que no bailan como 3 es a 5. Además, el número de mujeres es al número de varones que no bailan como 2 es a 3. ¿Cuántas personas bailan si en total asistieron 115 personas?

Resolución:

Piden: Cantidad de personas que bailan.

	Bailan	No bailan	Total
Varones	3 (5)	3 (4) (5)	15 (5)
Mujeres	3 (5)	5 (5)	8 (5) = 2 (4) (5)
Total	6 (5)	17 (5)	23 (5) = 115

(Iguales: varones que bailan y mujeres que bailan)

Respuesta: 30 personas bailan

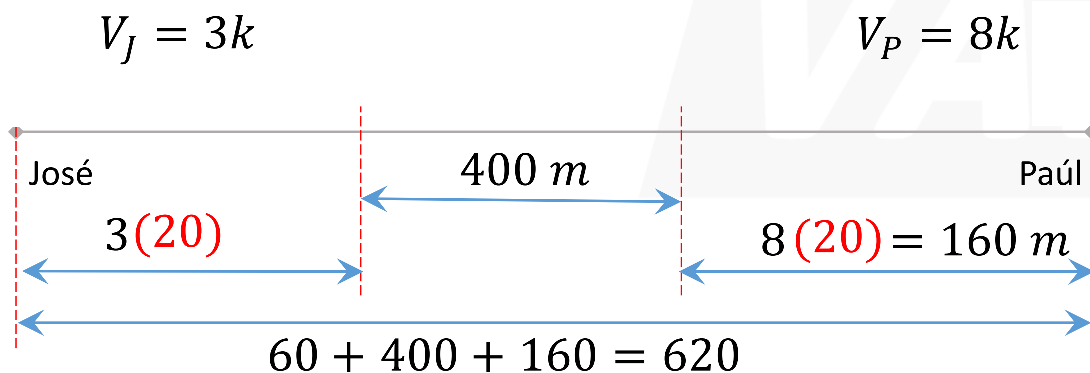
4. En problemas de móviles:

Si se asume que los móviles parten simultáneamente con velocidades constantes e instantáneas, se cumple que la relación entre las velocidades es igual a la relación entre las distancias recorridas.

Ejercicio 5:

José y Paúl están separados cierta distancia. Si parten al encuentro con velocidades que son como 3 es a 8 y al cabo de cierto tiempo aún están separados 400 m ¿Cuál es la separación inicial, si Paúl avanzó 160 m?

Resolución:



Respuesta: 620 m

Proporción:

Igualdad de 2 razones equivalentes de la misma clase.

Proporción Aritmética	Proporción Geométrica	Proporción Armónica
$a - b = c - d$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$

Donde:
a y d: *Extremos*
b y c: *Medios*
a: *Primer término*
b: *Segundo término*
c: *Tercer término*
d: *Cuartotérmino*

OBSERVACIONES:

- Si en un enunciado, sólo hacen referencia a ***PROPORCIÓN***, se debe considerar que se trata de la ***PROPORCIÓN GEOMÉTRICA***.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Ejercicio 6:

En una proporción aritmética, la relación de los dos primeros términos es de 4 a 1, mientras que la relación de los 2 últimos es de 20 a 11. Si la suma de los términos de la proporción aritmética es 138. Halle el segundo término.

Resolución:

Piden: El valor del segundo término.

Por dato:

1er término		2do término		3er término		4to término
$4(3k)$	$-$	$1(3k)$	$=$	$20k$	$-$	$11k$

$$3(3k) = 9k$$

Entonces: $12k + 3k + 20k + 11k = 138$

$$46k = 138$$

$$k = 3$$

Luego: $3k = 9$

Respuesta: 9

TIPOS DE PROPORCIÓN:

a) Discreta: Cuando los términos medios son diferentes.

- Proporción aritmética discreta:

$$45 - 35 = 18 - 8$$

Diferentes (35 y 18)

8 es la cuarta diferencial de 45; 35 y 18.

- Proporción geométrica discreta:

$$\frac{36}{9} = \frac{44}{11}$$

Diferentes (9 y 44)

11 es la cuarta proporcional de 36; 9 y 44.

- Proporción armónica discreta:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

Diferentes (3 y 4)

12 es la cuarta armónica de 2; 3 y 4.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

a) Continua: Cuando los términos medios son iguales.

- Proporción aritmética continua:

$$51 - 41 = 41 - 31$$

Iguales

41 es la media diferencial de 51 y 31.
31 es la tercera diferencial de 51 y 41.

- Proporción geométrica continua:

$$\frac{64}{32} = \frac{32}{16}$$

Iguales

32 es la media proporcional de 64 y 16.
16 es la tercera proporcional de 64 y 32.

- Proporción armónica continua:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

Iguales

4 es la media armónica de 3 y 6.
6 es la tercera armónica de 3 y 4.

Ejercicio 7:

En una proporción geométrica continua de razón entera, la suma de los términos es 405. Calcule la suma de la media proporcional y la tercera proporcional.

Resolución:

Piden: La suma de la media y la tercera proporcional

$$\frac{ak^2}{ak} = \frac{ak}{a}$$

Por dato:

$$ak^2 + ak + ak + a = 405$$
$$a(k+1)^2 = 405$$
$$a(k+1)^2 = 5 \times 9^2 \rightarrow a = 5\,;\ \ k = 8$$

Finalmente: $ak + a = 5 \times 8 + 5 = 45$

Respuesta: 45

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROPIEDADES DE LAS PROPORCIONES

Ejemplo:

$$\frac{24}{8}=\frac{15}{5}$$

Se observa:

- $\frac{24+8}{8}=\frac{15+5}{5}$
- $\frac{24-8}{8}=\frac{15-5}{5}$
- $\frac{24}{24+8}=\frac{15}{15+5}$
- $\frac{24}{24-8}=\frac{15}{15-5}$
- $\frac{24+8}{24-8}=\frac{15+5}{15-5}$

En general:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

Se cumple:

- $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$
- $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$
- $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$
- $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$
- $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

Igualdad de razones geométricas:

Es llamada también Serie de Razones Geométricas Equivalentes (SRGE).

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=K \Rightarrow \begin{array}{l} a=bK \\ c=dK \\ e=fK \\ g=hK \end{array}$$

Donde: a; c; e; g; son los antecedentes (lugares impares)

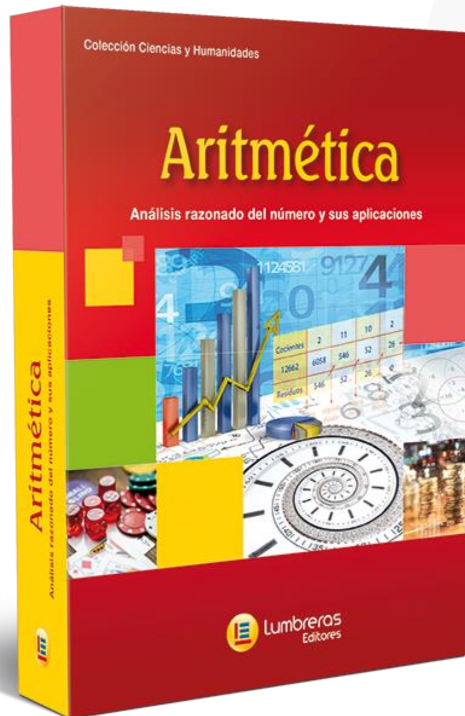
b; d; f; h; son los consecuentes (lugares pares)

K es la constante de proporcionalidad

a ; h; son los términos extremos

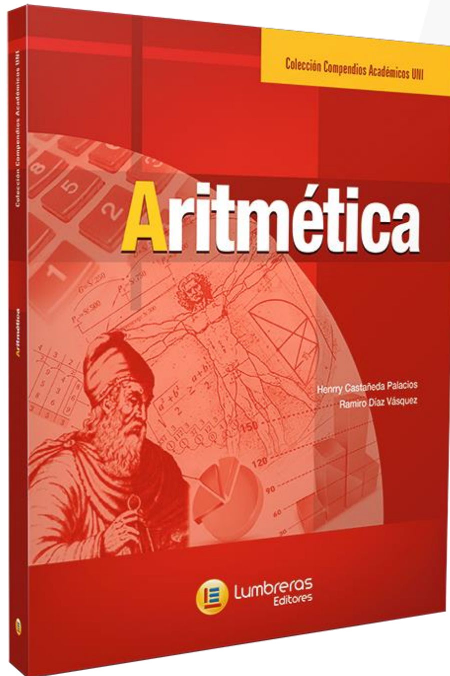
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:
academiacesarvallejo.edu.pe